Canad. Math. Bull. Vol. **16** (2), 1973

NOTE SUR UN PROBLEME DE MAEDA

PAR
JULIEN CONSTANTIN

Maeda ([1, p. 29, Problème 1]) pose la question suivante: Est-ce qu'un treillis $\perp$-symétrique et relativement semi-orthocomplémenté est nécessairement M-symétrique? Nous donnons une réponse affirmative à cette question.

LEMME *Soit L un treillis, et $a, b, y \in L$. Si $(a, b)M$ et $y \leq b$, alors $(y \vee a, b)M$.*

Preuve. Soit $(a, b)M$ et $y \leq b$. Si $z \leq b$, alors

$$\begin{aligned} z \vee ((y \vee a) \wedge b) &= z \vee (y \vee (a \wedge b)) = (z \vee y) \vee (a \wedge b) \\ &= (z \vee y \vee a) \wedge b = (z \vee (y \vee a)) \wedge b. \end{aligned}$$

THEOREME. *Si L est $\perp$-symétrique et relativement semi-orthocomplémenté, alors L est M-symétrique.*

Preuve. Soit $(a, b)M$. Puisque $a \wedge b \leq b$, il existe, d'après l'hypothèse, $t \in L$ tel que $(a \wedge b) \vee t = b$ et $a \wedge b \perp t$. Par conséquent $(a \wedge b, t)M$, d'après ([1, p. 8, Théorème 2.9]). Soit $x \leq t$; alors $x \vee (a \wedge t) = x \vee (a \wedge (b \wedge t)) = x \vee ((a \wedge b) \wedge t) = (x \vee (a \wedge b)) \wedge t = ((x \vee a) \wedge b) \wedge t = (x \vee a) \wedge t$. Donc $(a, t)M$. Comme $a \wedge t = a \wedge b \wedge t = 0$ et que L est $\perp$-symétrique, on a $(t, a)M$, et donc, en vertu du lemme, $((a \wedge b) \vee t, a)M$, c'est-à-dire $(b, a)M$. L est donc M-symétrique.

RÉFÉRENCE

1. F. Maeda et S. Maeda, *Theory of symmetric lattices*, Springer-Verlag, New York, 1970.

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE,
SHERBROOKE, QUÉBEC

Reçu par les rédacteurs le 11 août 1971.