REVIEWS

LES LOIS EXPONENTIELLES COMPOSÉES

P. Thyrion, Bulletin de l'Association Royale des Actuaires Belges, no 62, 1964

L'auteur chosit la loi exponentielle de fonction de répartition:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x},$$

où $\lambda > 0$ est une constante, comme première approximation pour la loi de distribution de la variable X, coût d'un sinistre. Parce que cette loi ne rend pas la réalité de façon satisfaisante—comme le montre la relation suivante entre la déviation standarde et l'espérance mathématique

$$\frac{\sigma\ (X)}{E\ (X)} = 1,$$

qui ne traduit pas les caractéristiques essentielles de l'expérience — on en a déduit, par analogie avec les lois de Poisson composées, les lois exponentielles composées, qui sont caractérisées par la fonction de répartition:

$$F(x) = 1 - \int_0^\infty e^{-\lambda x}\, dU(\lambda),$$

où $U(\lambda)$ est la fonction de structure, c'est-à-dire que le paramètre λ est lui-même une variable aléatoire dans le domaine $(0, \infty)$. Il en résulte ainsi une nouvelle forme de loi avec

$$\frac{\sigma\ (X)}{E\ (X)} > 1,$$

qui correspond mieux à la réalité.

La fonction de structure $U(\lambda)$ engendre les distributions exponentielles composées, comme le montrent quelques exemples courants. Entre autres l'auteur mentionne qu'il n'est pas nécessaire de connaître $U(\lambda)$, $F(x)$ pouvant être définie à l'aide de ses propriétés importantes ainsi que M. Hofmann l'a fait pour les lois de Poisson composées.

Après quelques généralisations les lois exponentielles composées d'origine non nulle sont définies par la loi de répartition:

$$G(x) = F(x-a),$$

où $x \geqq a$. La formule pour les moments, la condition pour que

$$\frac{E}{\sigma} > 1$$

et un exemple sont également cités.

A la fin de cet exposé très intéressant l'auteur souligne que la loi exponentielle pure domine toute loi exponentielle composée d'origine nulle pour tout $x > 0$ et que la famille des distributions exponentielles composées et stable par rapport à son extrême inférieur.

L'Adaptation de la Tarification par l'exploitation de l'information complémentaire, E Franckx

Le problème qui est repris ici, parce qu'il se rapporte à la recherche opérationnelle, est des plus actuels

La question principale est la suivante Comment la prime initiale, qui était déterminée sur la base de la prime moyenne et des informations primaires, est-elle à corriger individuellement à l'aide des informations secondaires pour arriver à la politique de bonus-malus ? Il ne faut pas oublier que, lors de cette adaptation, une limite fixée a priori ne doit pas être dépassée, car l'idée d'assurance perdrait son sens

Un procédé d'adaptation progressive peut se réaliser par un algorithme qui fait usage des décisions antérieures et des résultats précédents

$$d_{n+1} = f(d_1, \quad , d_n, x_1, \quad , x_n),$$

où f est une fonction, d_i est la décision avant la $i^{\text{ème}}$ expérience et x_i est le résultat de la $i^{\text{ème}}$ expérience. Parmi les algorithmes markoviens, qui sont tous de la forme

$$d_{n+1} = f(d_n, x_n),$$

l'auteur choisit la classe particulière,

$$d_{n+1} = \frac{n + \lambda - 1}{n + \lambda} \; d_n + \frac{1}{n + \lambda} \; x_n,$$

où $\lambda \geq 0$ est le paramètre de l'algorithme L'algorithme markovien est complètement défini si λ et d_1 sont fixés La décision initiale d_1 doit être une valeur moyenne des expériences préliminaires La formule précédente a été suggérée par M Dubois de Montreynaud pour la prime modelée Remarquons que plus le paramètre λ est grand, plus l'évolution vers la prime individuelle est ralentie Dans le cas $\lambda = \infty$ la prime initiale reste constante Donc λ peut être choisi quelconque, mais naturellement au mieux des intérêts de la collectivité des assurés Par exemple M Delaporte a estimé λ par la méthode de Bayes

A la fin de l'article un exemple élégant avec les poids $\lambda = 20$ et $\lambda = 40$ montre l'application des coefficients de multiplication Enfin il est évident que les algorithmes markoviens donnent un procédé simple et souple pour adapter la prime initiale en utilisant l'information complémentaire dosée à volonté

Sur la transformation d'un processus de poisson composé (selon les méthodes de P Thyrion et F Esscher), *Carl Philipson*

Au début deux fonctions transformatrices sont déterminées, par lesquelles un processus de Poisson composé, stationnaire ou non-stationnaire, et un Processus de Poisson composé au sens restreint sont définis A l'aide de la fonction génératrice quelques distributions — comme par exemple une distribution de Poisson composée par grappes — sont aussi définies Une démonstration de Thyrion (1959) d'une proposition établie par R Consael est également mentionnée

Dans le premier des deux théorèmes l'auteur énonce que les distributions qui définissent un processus de Poisson composé peuvent être transformées en une distribution de Poisson par grappes de grappes généralisée, et que celles qui définissent un processus de Poisson composé au sens restreint peuvent être transformées en une distribution de Poisson par grappes généralisée. Dans le deuxième, il prouve l'existence — sous certaines conditions — d'expressions explicites pour les fonctions de répartition, expressions qui définissent les distributions transformées par le premier théorème. Les deux démonstrations sont expliquées sommairement et des références à la littérature sont indiquées. Enfin cet article traite de la transformation d'Esscher.

Cet exposé, très concentré, se termine par la remarque que les estimations selon la méthode de Bohman (1960) et les estimations basées sur les transformées d'Esscher ont une concordance remarquable dans presque tout le domaine étudié.

R. RUTZ

Reinsurance optimization by means of utility functions, *C. P. Welten*, Actuariële Studiën Afl. 6, februari 1964, 's-Gravenhage.

The author gives an application of the utility concept in connection with reinsurance problems as introduced by Borch. In principle he considers the set of all possible reinsurance treaties $\{t_k\}$. The general problem consists in determining the t_k for which the utility

$$U_k = \int_{-\infty}^{V_0+P} u(V) d^k G(V), \; V_k = V_0 + P - S_k$$

is a maximum.

Next the author makes the restrictions:

a. the utility function is of the exponential type

$$u(V) = a - be^{cV},$$

b. the distribution function of the total costs, S_k, belongs to a specified class of compound Poisson-distributions.

For this limited set of possibilities he demonstrates that the problem can be solved in a rather simple way without much computational work.

J. V. KLINKEN

https://doi.org/10.1017/S0515036100009065 Published online by Cambridge University Press