

APPLICATION DE LA METHODE PAR DECONVOLUTION INTEGREE AU CAS DES OCCULTATIONS D'ETOILES DOUBLES.

M. FROESCHLE and C. MEYER  
C.E.R.G.A.  
Avenue Copernic  
06130, Grasse (France)

**SUMMARY.** The most usual method for the determination of the angular separation  $\rho$  and the magnitude difference  $\Delta m$  of the two components is the direct comparison of the observed diffraction pattern with a theoretical model. However, it is possible to use a deconvolution process based, for a single star, on the equation  $I'(x) = F'(x) * O(x)$ , involving both the derivative of the Fresnel diffraction function for a point-like source, and that of the observed intensity.  $O(x)$  is the brightness distribution function of the occulted source.

We describe here a new method, using the integrated deconvolution process (Froeschlé, Meyer, 1983), in which we determine the variations of the apparent surface of the two sources of a double star while it is being occulted. The two sources are supposed to be of the same diameter. This method has been applied to several cases of theoretical diffraction curves with different values of  $\rho$  and  $\Delta m$ . Noise has been added and we have studied the effect of the signal to noise ratio on determination of the parameters  $\rho$  and  $\Delta m$  of the pair. A good accuracy for  $\Delta m$  is obtained for  $|\Delta m| \leq 1$  and noise  $\leq 10\%$ . The determination of  $\rho$  is well achieved for noise level reaching 15%. The technique has been at last applied to the observation of the occultation of SAO 95166 made by Africano et al. (1977) leading to nearly similar results.

## I. INTRODUCTION

Dans un précédent article (Froeschlé, Meyer, 1983), nous avons exposé une nouvelle méthode de déconvolution pour le dépouillement d'une occultation photoélectrique. Cette méthode, particulièrement avantageuse au point de vue du temps de calcul, permet de déterminer les instants d'occultations, la vitesse apparente du phénomène et le diamètre des sources sans faire intervenir la dérivée du signal observé.

Partant de l'équation de convolution

$$I(x) = F(x) * O(x) \quad (1)$$

où  $I(x)$  est l'intensité observée, normée à 1,

$F(x)$  est la fonction qui représente le phénomène de diffraction d'une source ponctuelle,  
 $O(x)$  est la fonction de distribution de luminosité de la source observée,  
 nous avons calculé la fonction  $S(x)$  définie par l'intégrale

$$S(x) = \int_{-\infty}^x O(u) du \quad (2)$$

Cette fonction, appelée profil cumulé de la source de profil  $O(x)$ , représente l'aire délimitée par le profil de la source et le bord de l'écran à un instant  $t$ , avec  $x = Vt$ , où  $V$  est la vitesse apparente du phénomène. L'équation (2) conduit à :

$$S(x) = I(x) * \overline{F'(-x)} \quad (3)$$

où  $\overline{F'(-x)}$  désigne la fonction conjuguée de la dérivée de  $F(x)$ .

Dans le cas d'une source étendue de rayon  $r$ , l'intégrale  $S(x)$  peut être représentée par une fonction analytique qu'il est possible de linéariser pour obtenir le rayon de la source.

Nous avons procédé à des expériences numériques portant sur des étoiles présentant des diamètres de 2, 5 et 10 millisecondes d'angle. Les figures 1 et 2 montrent les résultats de l'application de la méthode.

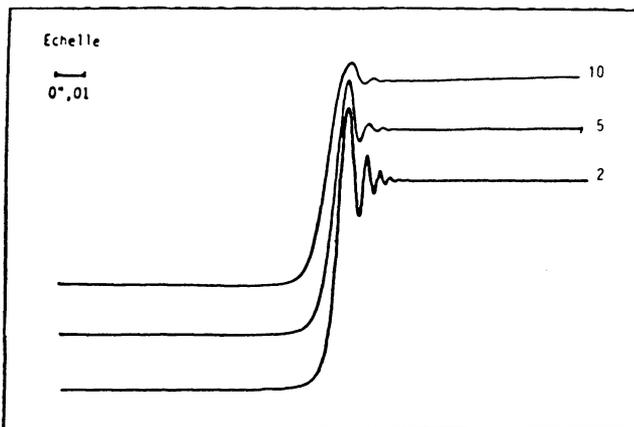


Figure 1. Signaux simulés de l'occultation d'étoiles de  $0''.002$ ,  $0''.005$  et  $0''.010$  de diamètre, obtenus avec une demi-largeur de bande passante du récepteur de  $500 \text{ \AA}$ .

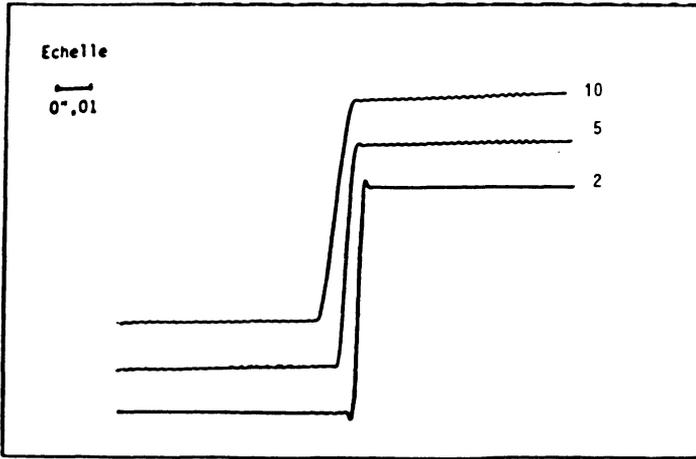


Figure 2. Résultats de la déconvolution intégrée : profils cumulés.

Enfin, nous avons traité une observation de  $\alpha$  Tau obtenue puis réduite par les méthodes classiques de déconvolution (Panek, 1980) et ajustement des paramètres (Evans & Edwards, 1980).

Le tableau (I) résume les résultats de cette comparaison. La méthode par déconvolution intégrée donne une erreur sur l'estimation du diamètre comparable à celle obtenue par ajustement. Elle permet la mesure de diamètres jusqu'à 0".002 et est utilisée en routine sur les observations obtenues au CERGA et à l'observatoire de Nice.

TABLEAU I

		déconvolution ajustement		Déconvolution intégrée
$\phi$ $\times 10^{-3}$	voie rouge (7324 Å)	17".6 $\pm$ 1.0	17".2 $\pm$ 0.3	17".4 $\pm$ 0.3
	voie bleue (4362 Å)	17.4 $\pm$ 1.0	17".0 $\pm$ 0.4	17".3 $\pm$ 0.4

## 2. APPLICATION DE LA METHODE AU CAS DES ETOILES DOUBLES

### 2.1. Nature du signal

Lors de l'occultation d'une étoile double, on observe un signal qui est

la somme de deux systèmes de franges décalés. Si l'on choisit arbitrairement l'origine au milieu de la séparation de deux composantes, le signal observé a pour expression

$$I(x, \rho) = I_1(x - \rho/2) + I_2(x + \rho/2) \quad (4)$$

où  $I_1$  et  $I_2$  sont les contributions respectives de l'étoile principale et du compagnon et où  $\rho$  est la séparation.

## 2.2. Déconvolution intégrée

La méthode nous conduit à rechercher les profils cumulés des deux étoiles successivement occultées. En lumière monochromatique, dans le cas d'une étoile simple, on a la relation

$$S_0(x) = I_0(x) * \overline{F'_0(-x)} \quad (5)$$

où  $F_0(x)$  représente le phénomène de diffraction d'une source ponctuelle, où  $S_0(x)$  traduit la variation relative de l'aire occultée du disque d'une étoile de rayon  $r$ .

Calculons la convolution de chacun des membres de l'équation (4) par  $\overline{F'_0(-x)}$  et posons

$$\Sigma(x, \rho) = I(x, \rho) * \overline{F'_0(-x)} \quad (6)$$

En utilisant les propriétés de distributivité et d'invariance par translation de l'opérateur convolution, il vient

$$\Sigma(x, \rho) = S_1(x - \rho/2) + S_2(x + \rho/2) \quad (7)$$

Le second membre de l'équation est la somme des deux profils cumulés, décalés l'un par rapport à l'autre de la quantité  $\rho$ .

Nous ne traiterons ici que le cas simple de deux étoiles de même diamètre.

Si l'on appelle  $k_1$  et  $k_2$  les flux relatifs des deux composantes avec  $k_1 + k_2 = 1$ , l'équation (7) s'écrit

$$\Sigma(x, \rho) = k_1 S_0(x - \rho/2) + k_2 S_0(x + \rho/2) \quad (8)$$

où  $S_0(x)$  est le profil cumulé normé à 1 que donnerait l'occultation d'une étoile simple en lumière monochromatique.

Des signaux théoriques ont été simulés en considérant que les étoiles du couple observé avaient un diamètre de 0".002.

L'observation est supposée réalisée à l'aide d'un télescope de 60 cm de diamètre à travers un filtre de 100 Å de bande passante centré sur 5500 Å. La distance a été prise égale à 384 400 km, la vitesse apparente de 0".4444/s et le temps d'intégration pris égal à  $10^{-3}$  s. Les figures (3a et 3b) montrent les résultats de l'application de la méthode pour deux cas de séparation angulaire et autant de valeurs du rapport  $k_1/k_2$ .

Les quantités  $k_1$  et  $k_2$  qui caractérisent les flux respectifs des deux étoiles permettent la détermination de la différence de magnitude

des composantes de l'étoile double par  $\Delta m = -2,5 \log (k_1/k_2)$  à la longueur d'onde d'observation.

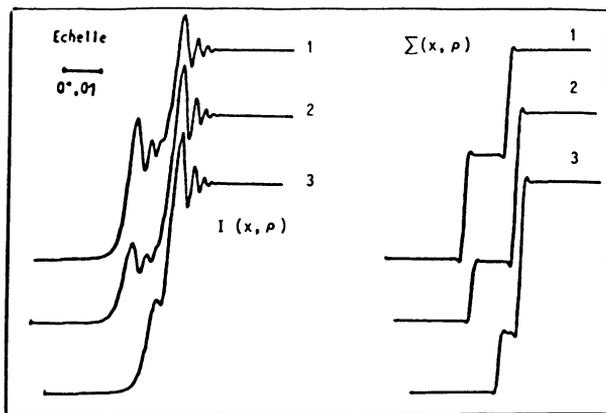


Figure 3a

Signaux simulés de l'occultation d'étoiles doubles.

1.  $\rho = 10^{-2}$  sec.arc.  $k_1 = k_2 = 0,5$
2.  $\rho = 10^{-2}$  sec.arc.  $k_1 = 0,28$   $k_2 = 0,72$
3.  $\rho = 0,5 \cdot 10^{-2}$  sec.arc.  
 $k_1 = 0,28$   $k_2 = 0,72$

Figure 3b

Résultats correspondants de la déconvolution intégrée.

### 2.3. Détermination de $\rho$ et $\Delta m$

Connaissant une valeur approchée de la position du point milieu de la séparation, on peut construire la fonction  $\Delta(x, \rho)$  telle que

$$\Delta(x, \rho) = \Sigma(x, \rho) - \Sigma(-x, \rho) \tag{9}$$

Compte tenu des différents domaines de définition de la fonction  $S_0(x)$  et connaissant sa forme analytique  $A_0(x)$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0(x) = 0 \quad x < -r \\ A_0(x) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{x}{r} \left( 1 - \frac{x^2}{r^2} \right)^{1/2} + \arcsin \left( \frac{x}{r} \right) + \frac{\pi}{2} \right\} \quad -r \leq x \leq r \\ A_0(x) = 1 \quad x > r \end{array} \right.$$

La fonction  $\Delta(x, \rho)$  a pour expression dans le domaine  $x \in (0, +\infty)$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta(x, \rho) = 0 & 0 < x < \rho/2 - r \\ \Delta(x, \rho) = A_0(x - \rho/2) & \rho/2 - r \leq x \leq \rho/2 + r \\ \Delta(x, \rho) = 1 & x > \rho/2 + r \end{array} \right.$$

La détermination de la séparation  $\rho$  revient à chercher la valeur  $x_0$  de la variable, de sorte que la fonction  $\Delta(x, \rho)$  s'identifie à la fonction  $S_0(x)$ . On aura alors

$$\rho = 2 x_0$$

La valeur retenue pour  $x_0$  est celle qui minimise la somme des carrés des écarts entre la courbe observée  $\Delta(x, \rho)$  et la courbe théorique  $A_0(x-x_0)$ .

La figure 3c montre les différentes fonctions  $\Delta(x, \rho)$  obtenues à partir des fonctions de déconvolution de la figure 3b.

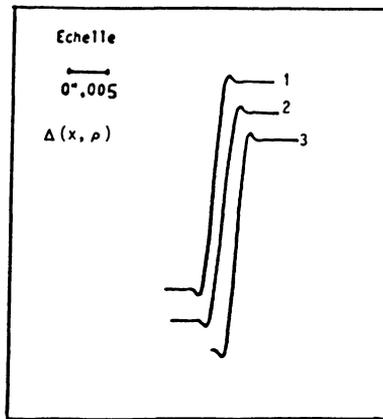


Figure 3c. Représentation correspondante de la fonction  $\Delta(x, \rho)$ .

Ces figures présentent à chaque changement de niveau le phénomène de Gibbs, lié au traitement numérique du signal échantillonné. Cet artefact n'a pas d'incidence pratique sur l'utilisation de la méthode.

La détermination du rapport  $k_1/k_2$  s'obtient directement à partir des valeurs que prend la fonction  $\Delta(x, \rho)$  pour les valeurs de  $x$  comprises entre  $\rho/2 - r$  et  $-(\rho/2 - r)$ . Si  $n$  est le nombre de valeurs retenues dans cet intervalle, on a

$$k_1/k_2 = m_1/(1-m_1)$$

avec

$$m_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [\Sigma(x_j, \rho)] \quad \text{pour } -(\rho/2-r) \leq x \leq \rho/2-r$$

L'ensemble de la méthode a été testé sur des signaux théoriques. L'incertitude du résultat est inférieure à une fraction du pas d'échantillonnage pour la détermination de la séparation et de l'ordre de quelques centièmes de magnitude sur la valeur de  $\Delta m$ .

2.4. Application de la méthode au cas de signaux bruités.

Lors de l'occultation d'une étoile brillante simple ou double serrée, le rapport signal sur bruit dépend principalement de la turbulence de l'atmosphère et du bruit photonique du détecteur.

La scintillation peut atteindre couramment 20 % du signal alors que le bruit propre du détecteur ne dépasse pas 5 %. Les effets de la turbulence ont été simulés à partir de son spectre moyen de puissance tel qu'il a été observé (Knoechel & von der Heide, 1978) à une hauteur de 49°, en considérant que l'amplitude de la scintillation suit une distribution de Rayleigh et que la phase est uniformément distribuée sur l'intervalle  $0,2 \pi$ . Pour compléter le modèle, nous avons considéré un bruit photonique distribué selon une loi de Poisson ayant pour paramètre la racine carrée du nombre moyen de coups comptés par intervalle de temps. Les signaux bruités ont été obtenus en ajoutant aux signaux théoriques définis en 2.2. les effets de scintillation et de bruit photonique.

Le tableau (II) donne pour différentes valeurs du bruit les écarts quadratiques sur la séparation et les différences de magnitudes obtenus à partir d'une vingtaine de simulations pour chaque cas. Il montre que, pour une séparation donnée, l'incertitude sur la différence de magnitude entre les deux composantes croît à la fois avec celle-ci et avec le niveau de bruit. Il est illusoire de chercher à déterminer ce paramètre pour un bruit supérieur à 10 %. Jusqu'à ce niveau de bruit et pour  $0 < \Delta m \leq 1$ , à chaque tirage, la valeur théorique de la séparation a été trouvée. L'algorithme est bien adapté pour le calcul des séparations et, même pour 15 % de bruit, l'incertitude sur la séparation n'excède pas un pas d'échantillonnage.

TABLEAU II.

		$\rho = 0''.010$		
bruit		5 %	10 %	15 %
$\Delta m = 0$	$\sigma_\rho \cdot 10^{-3}$	0''0	0''0	0''3
	$\sigma_{\Delta m}$	0.1	0.2	0.8
$\Delta m = 1$	$\sigma_\rho \cdot 10^{-3}$	0''0	0''0	0''3
	$\sigma_{\Delta m}$	0.2	0.3	1.0
$\Delta m = 2$	$\sigma_\rho \cdot 10^{-3}$	0''3	0''3	0''4
	$\sigma_{\Delta m}$	0.2	0.7	1.7

3. CAS D'UN SIGNAL REEL

La méthode a été appliquée au cas d'une observation obtenue et réduite par J.L. Africano et al. (1977) à l'observatoire de MacDonald. Le signal publié a été discrétisé et à nouveau réduit par la méthode de déconvolution intégrée. Les figures 4a, 4b, 4c montrent respectivement la forme du signal, de la déconvolution et de la fonction  $\Delta$  qui lui est associée. Le tableau III donne les valeurs obtenues pour les paramètres  $\rho$  et  $\Delta m$

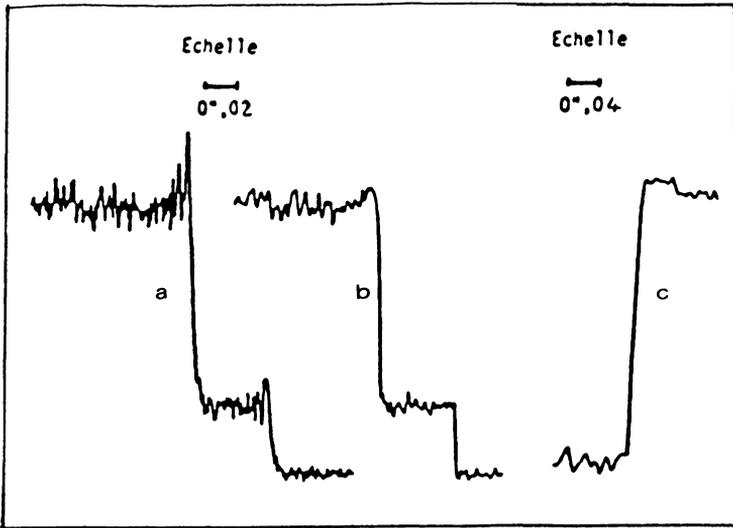


Figure 4. a) signal observé de l'occultation de SAO 95166  
 b) résultats de la déconvolution intégrée  
 c) représentation de la fonction  $\Delta$

par notre méthode et par la méthode d'ajustement des paramètres. L'accord est très bon, les valeurs étant pratiquement identiques. L'écart constaté entre les incertitudes sur  $\Delta m$  ne peut s'expliquer que par des critères différents d'estimation.

TABLEAU III

Occultation de l'étoile SAO 95166	
$D = 382\ 010\ \text{km}$	$V = 0''.4453/\text{s} = 4670\ \text{\AA}$
Déconvolution intégrée	ajustement des paramètres
$\rho \quad 0''.0542 \pm 0.0004$	$0''.0541 \pm 0.0002$
$\Delta m \quad 1.12 \pm 0.11$	$1.15 \pm 0.04$

#### 4. CONCLUSION

Les différents tableaux présentés montrent que la méthode de déconvolution intégrée s'applique parfaitement au cas des étoiles doubles et permet d'obtenir la séparation et la différence de magnitude des composantes aussi bien que la méthode par ajustement des paramètres. Il faut noter que la méthode reste particulièrement avantageuse du point de vue du temps de calcul puisqu'une réduction complète demande moins de cinq secondes de temps CPU d'un ordinateur de type CYBER 750 CDC.

## REFERENCES

- Africano, J.L., Evans, D.S., Fekel, F.C., Montemayor, T., 1977, 'Photoelectric Observations of Lunar Occultation IX', *Astron. J.*, 82, 631.
- Evans, D.S., Edwards, D.A., 1980, *Astron. J.*, 85, 1262.
- Froeschlé, M., Meyer, C., 1983, 'Contribution au dépouillement d'une occultation photoélectrique par une méthode de déconvolution intégrée', *Astron. Astrophys.*, 121, 319.
- Knoechel, G., von der Heide, K., 1978, *Astron. Astrophys.*, 67, 209.
- Panek, R.J., Leap, J.L., 1980, *Astron. J.*, 85, 47.
- Scheuer, P.A.G., 1962, *Australian J. Physics*, 15, 133.

## Discussion:

**HERRING:** Why were the standard deviations of the position estimate and transit time greater with the newer deconvolution technique than the "adjustment" technique?

**KOVALEVSKY:** I asked the authors the same question and they told me they believed this did not matter.

**ELSMORE:** May I point out that a deconvolution method was devised some years ago by Peter Schumer for the lunar occultation of radio sources.

**KOVALEVSKY:** The authors are aware of this method and its use in radio investigations.

**de VEGT:** How is the effect of intensity variation from seeing modeled?

**KOVALEVSKY:** I think it is not modeled.